Çevre akımları yöntemi

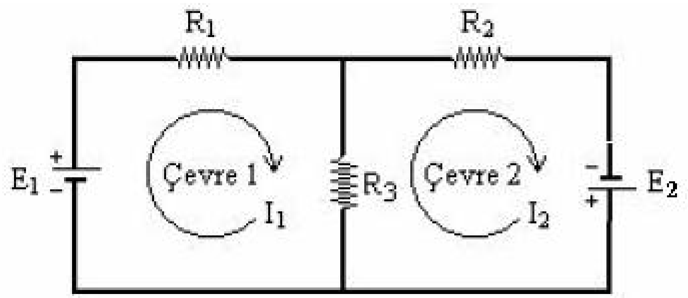
Çevre akımları yönteminde bazı kavramların bilinmesi gerekir.

Düğüm: Üç yada daha fazla elamanın birleştiği noktaya düğüm denir.

Çevre: Bir düğümden yalnız bir kere geçmek suretiyle tekrar başladığımız noktaya gelinceye kadar devre üzerinde takip edilen iki ucu kapalı yoldur. Bu çevrede dolaşan akıma de **çevre akımı** denir. Şekil 4.15' deki devrenin çevre akımları ve AB düğümleri gösterilmiştir.

1. 1. 1. çevre; E_1, R_1 ve R_3 elemanlarından,
2. 2. 2. çevre ise; R_3, R_2 ve E_3 elemanlarından oluşmaktadır.

Devrelerde, çevre akımları istenilen yönde seçilebilir. Şekil 4.15' de çevre akımları, (I_1 ve I_2) saat ibresi yönünde seçilmiştir. Seçilen çevrelerde çevre dönüş yönüne uyan gerilim düşümlerini (+), çevre dönüş yönüne ters olan gerilim düşümlerini (-) alarak her çevreye kirşof gerilimler kanununu uygularsak



Şekil 4. 1 Çevre akımları ve Düğümlerin gösterilmesi

1. 1. 1. çevre için:

$$I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_3 = E_1$$

$$I_1 \cdot (R_1 + R_3) - I_2 \cdot R_3 = E_1 \qquad (4.4)$$

2. 2. 2. çevre için:

$$I_2 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_3 = E_2$$

$$I_2 \cdot (R_3 + R_2) - I_1 \cdot R_3 = E_2 \qquad (4.5)$$

$$I_1 \cdot (R_1 + R_3) - I_2 \cdot R_3 = E_1 \qquad \text{(1. çevreden)}$$

$$-I_1 \cdot R_3 + I_2 \cdot (R_3 + R_2) = E_2 \qquad \text{(2. çevreden)}$$

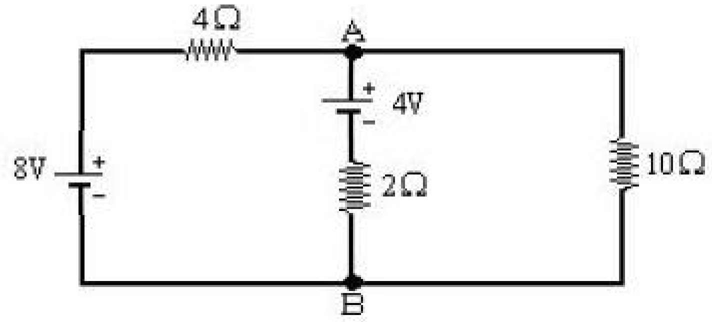
$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

olarak iki bilinmeyenli iki denklem elde edilir. s yönlü olduğundan, 1. Çevrede I_1 çevre akımına, I_2 çevre akımı ters olduğundan 1. Çevreye göre denklem yazılırken I_2'nin işareti eksi alınır. Aynı şekilde 2. çevre için denklem yazılırken bu sefer I_2' ye ters yönlü olduğunda I_1'in işareti eksi olarak alınır.

Son olarak; bulunan bu iki bilinmeyenli iki denklem birlikte çözülerek çevre akımları bulunur.

Problem

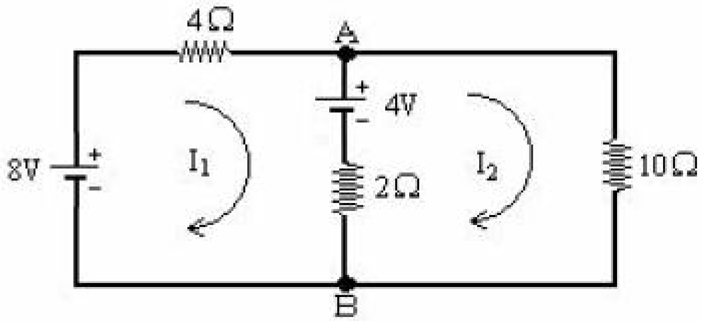
Şekil 4.16' daki devrede, 10 Ω'luk direncin çektiği gücü ve kaynaklardan çekilen akımları bulunuz.



Şekil 4. 2 İki çevreli devre

Çözüm:

Verile iki çevreli devrede çevre akımlarını Şekil 4.17' deki gibi saat ibresi yönünde alarak kirşof gerilimler kanununu uygulayalım.



Şekil 4. 3 Çevre akımları işaretlenmiş devre

$$4 I_1 + 2 I_1 - 2 I_2 = 8 - 4 \qquad \text{(1. çevreden)}$$

$$6 I_1 - 2 I_2 = 4 \quad \text{..........................(a)}$$

İkinci göze Kirşof gerilimler kanununu uygulayalım.

$$10 I_2 + 2 I_2 - 2 I_1 = 4 \qquad \text{(2. çevreden)}$$

$$-2 I_1 + 12 I_2 = 4 \quad \text{..........................(b)}$$

$$6 I_1 - 2 I_2 = 4 \qquad \text{(1. çevreden)}$$

$$-2 I_1 + 12 I_2 = 4 \qquad \text{(2. çevreden)}$$

(a) ve (b)' deki iki bilinmeyenli iki denklemi çözelim.

1. çevreden elde edilen denklemin her iki tarafını 6 ile çarpıp I_2 bilinmeyenini yok edelim.

$$36\,I_1 - 12\,I_2 = 24$$
$$-2\,I_1 + 12\,I_2 = 4$$

$$34I_1 = 28 \quad \Rightarrow \quad I1 = \frac{34}{28} = 0{,}82A$$

Bulunan I_1 akımını denklemlerden herhangi birisinde yerine koyalım.

$$6 \cdot 0{,}82 - 2\,I_2 = 4$$

$$4{,}92 - 2\,I_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{4 - 4{,}92}{-2} = 0{,}46A$$

olarak bulunur.

8V' luk kaynağın verdiği akım $I_1 = 0{,}82A$

A ve B noktaları arasında geçen I_1 ve I_2 akımlarının yönleri birbirlerine ters olduğu için

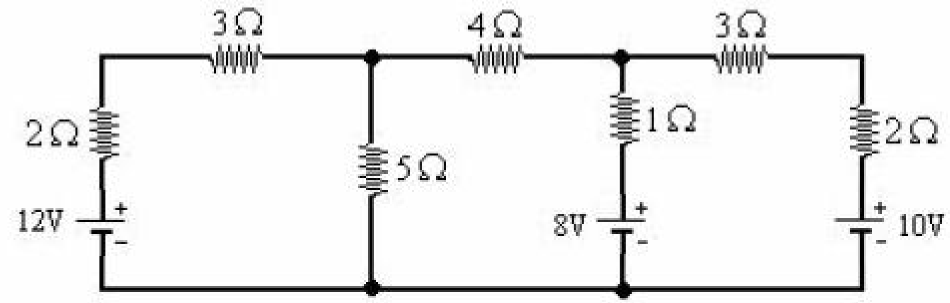
4V' luk kaynağın verdiği akım $I_1 - I_2 = 0{,}82 - 0{,}46 = 0{,}36A$

10 Ω ' luk dirençten geçen akım I_2 olduğuna göre bu direncin çektiği güç;

$$P = RI^2 = 10 \cdot 0{,}46^2 = 2{,}116W$$ olarak bulunur.

Problem

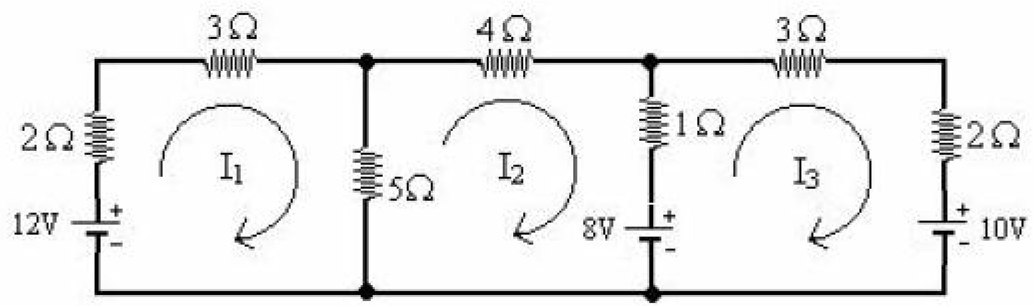
Şekil 4.18' de verilen üç gözlü devrede her bir dirençten geçen akımı hesaplayınız.



Şekil 4. 4 Üç gözlü devre

Çözüm:

Göz akımlarını saat ibresi yönünde Şekil 4.19' daki gibi işaretleyerek her bir göze kirşof gerilimler kanununu uygulayalım.



Şekil 4. 5 Çevre akımları işaretlenmiş üç gözlü devre.

Her göze kirşof gerilimler kanununu uygularken, göz akımlarının kabul edilen yönleri pozitif yön olarak alınır. Kaynak gerilimlerinin pozitif veya negatif olması o göz akımının yönüne göre bulunur. Bir kaynak o gözün akım yönüne ters yönde akım veriyorsa, bu kaynağın gerilimi negatif olarak alınır.

Birinci göz için;

$$2\,I_1 + 3\,I_1 + 5\,I_1 - 5\,I_2 = 12$$

$$10\,I_1 - 5\,I_2 = 12 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a)}$$

İkinci göz için;

$$4\,I_2 + 5\,I_2 - 5\,I_1 + 1\cdot I_2 - 1\cdot I_3 = -8$$

$$-5\,I_1 + 10\,I_2 - I_3 = -8 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(b)}$$

Üçüncü göz için;

$$1\cdot I_3 - 1\cdot I_2 + 3\,I_3 + 2\,I_3 = 8 - 10$$

$$-I_2 + 6\,I_3 = -2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c)}$$

Elde edilen (a), (b) ve (c) denklemlerini çözelim;

$$10I_1 - 5I_2 = 12$$
$$-5I_1 + 10I_2 - I_3 = -8$$
$$-I_2 + 6I_3 = -2$$

Katsayılar determinantını yazalım;

$$D0=\begin{vmatrix}10 & -5 & 0\\ -5 & 10 & -1\\ 0 & -1 & 6\end{vmatrix} \Rightarrow D0=\begin{vmatrix}10 & -5 & 0\\ -5 & 10 & -1\\ 0 & -1 & 6\end{vmatrix}\begin{matrix}10 & -5\\ -5 & 10\\ 0 & -1\end{matrix}$$

$$D_0 = [(10)(10)(6) + (-5)(-1)(0) + (0)(-5)(-1)] - [(0)(10)(0) + (10)(-1)(-1) + (-5)(-5)(6)]$$

$$D_0 = 600 - 160 = 440$$

$$D1=\begin{vmatrix}12 & -5 & 0\\ -8 & 10 & -1\\ -2 & -1 & 6\end{vmatrix} \Rightarrow D1=\begin{vmatrix}12 & -5 & 0\\ -8 & 10 & -1\\ -2 & -1 & 6\end{vmatrix}\begin{matrix}12 & -5\\ -8 & 10\\ -2 & -1\end{matrix}$$

$$D_1 = [(12)(10)(6) + (-5)(-1)(-2) + (0)(-8)(-1)] - [(0)(10)(-2) + (12)(-1)(-1) + (-5)(-8)(6)]$$

$$D_1 = 720 - 262 = 458$$

$$D2=\begin{vmatrix}10 & 12 & 0\\ -5 & -8 & -1\\ 0 & -2 & 6\end{vmatrix} \Rightarrow D2=\begin{vmatrix}10 & 12 & 0\\ -5 & -8 & -1\\ 0 & -2 & 6\end{vmatrix}\begin{matrix}10 & 12\\ -5 & -8\\ 0 & -2\end{matrix}$$

$$D_2 = [(10)(-8)(6) + (12)(-1)(0) + (0)(-5)(-2)] - [(0)(-8)(0) + (10)(-1)(-2) + (12)(-5)(6)]$$

$$D_2 = -480 + 340 = -140$$

$$D3=\begin{vmatrix}10 & -5 & 12\\ -5 & 10 & -8\\ 0 & -1 & -2\end{vmatrix} \Rightarrow D3=\left|\begin{matrix}10 & -5 & 12\\ -5 & 10 & -8\\ 0 & -1 & -2\end{matrix}\right|\begin{matrix}10 & -5\\ -5 & 10\\ 0 & -1\end{matrix}$$

$$D_3 = [(10)(10)(-2) + (-5)(-8)(0) + (12)(-5)(-1)] - [(12)(10)(0) + (10)(-8)(-1) + (-5)(-5)(-2)]$$

$$D_3 = -280 + 110 = -170$$

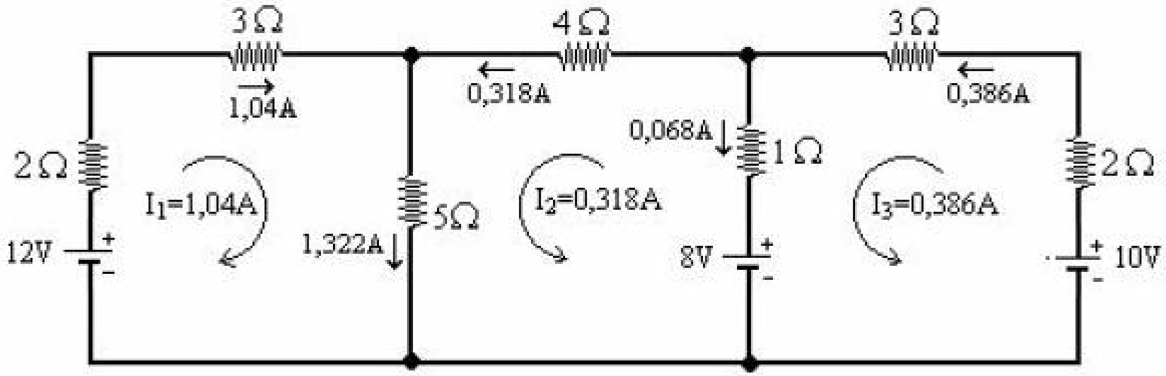
$$I_1=\frac{D_1}{D_0}=\frac{458}{440}=1{,}04A \qquad I_2=\frac{D_2}{D_0}=\frac{-140}{440}=-0{,}318A \qquad I_3=\frac{D_3}{D_0}=\frac{-170}{440}=-0{,}386A$$

olarak bulunur. Dikkat edilirse I_2 ve I_3 çevre akımları negatif çıkmıştır. Bunun anlamı bu iki çevre için alınmış akım yönleri terstir. I_2 ve I_3 çevre akımlarının yönlerini değiştirerek devreyi yeniden çizelim ve her elemandan geçen akımları hesaplayalım.

5 ohm' luk dirençten I_1 ve I_2 çevre akımları aynı yönde geçtiği için ;
$I_1 + I_2 = 1{,}04 + 0{,}318 = 1{,}322A$ geçer.

1 ohm' luk dirençten I_2 ve I_3 çevre akımları ters yönlü olduğu için ;
$I_3 - I_2 = 0{,}386 - 0{,}318 = 0{,}068A$ geçer.

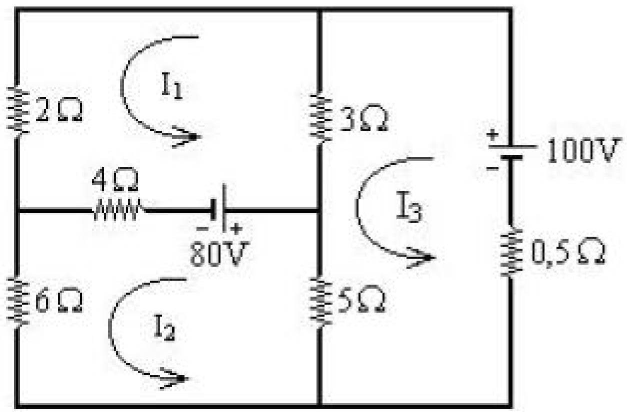
Buna göre devrenin çözülmüş hali şekil 4.20' de gösterilmiştir.



Şekil 4. 6 Devrenin çözülmüş hali

Problem

Şekil 4.21'de verilen devrenin çevre akımlarını bulunuz.



Şekil 4. 7 Üç çevreli devre

Çözüm:

Devrede, Kirşof gerilimler kanununu her göz için yazacak olursak;
Birinci göz için;

$2I_1 + 4I_1 - 4I_2 + 3I_1 - 3I_3 = 80$

$9I_1 - 4I_2 - 3I_3 = 80$ .... (a)

İkinci göz için;

$4I_2 - 4I_1 + 6I_2 + 5I_2 - 5I_3 = -80$

$-4I_1 + 15I_2 - 5I_3 = -80$ .... (b)

Üçüncü göz için;

$3I_3 - 3I_1 + 5I_3 - 5I_2 + 0{,}5I_3 = 100$

$-3I_1 - 5I_2 + 8{,}5I_3 = 100$ .... (c)

elde edilir. Bulunan Dk.(a), Dk.(b), Dk.(c)'yi alt alta yazarak katsayılar determinantını oluşturalım.

$$\begin{aligned} 9I_1 - 4I_2 - 3I_3 &= 80 \\ -4I_1 + 15I_2 - 5I_3 &= -80 \\ -3I_1 - 5I_2 + 8{,}5I_3 &= 100 \end{aligned}$$

$$D0 = \begin{vmatrix} 9 & -4 & -3 \\ -4 & 15 & -5 \\ -3 & -5 & 8{,}5 \end{vmatrix} \Rightarrow D0 = \left|\begin{matrix} 9 & -4 & -3 \\ -4 & 15 & -5 \\ -3 & -5 & 8{,}5 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 9 & -4 \\ -4 & 15 \\ -3 & -5 \end{matrix}$$

$D_0 = [1147{,}5 - 60 - 60\ ] - [135 + 225 + 136] = 1027{,}5 - 496 = 531{,}5$

$D_0 = 1027{,}5 - 496 = 531{,}5$

$$D1=\begin{vmatrix} 80 & -4 & -3 \\ -80 & 15 & -5 \\ 100 & -5 & 8{,}5 \end{vmatrix} \Rightarrow D1=\left|\begin{matrix} 80 & -4 & -3 \\ -80 & 15 & -5 \\ 100 & -5 & 8{,}5 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 80 & -4 \\ -80 & 15 \\ 100 & -5 \end{matrix}$$

$D_1 = [10200 + 2000 – 1200] – [- 4500 + 2000 + 2720]$

$D_1 = 11000 – 220 = 10780$

$$D2=\begin{vmatrix} 9 & 80 & -3 \\ -4 & -80 & -5 \\ -3 & 100 & 8{,}5 \end{vmatrix} \Rightarrow D2=\left|\begin{matrix} 9 & 80 & -3 \\ -4 & -80 & -5 \\ -3 & 100 & 8{,}5 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 9 & 80 \\ -4 & -80 \\ -3 & 100 \end{matrix}$$

$D_2 = [-6120 + 1200 + 1200] – [-720 – 4500 – 2720]$

$D_2 = -3720 + 7940 = 4220$

$$D3=\begin{vmatrix} 9 & -4 & 80 \\ -4 & 15 & -80 \\ -3 & -5 & 100 \end{vmatrix} \Rightarrow D3=\left|\begin{matrix} 9 & -4 & 80 \\ -4 & 15 & -80 \\ -3 & -5 & 100 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 9 & -4 \\ -4 & 15 \\ -3 & -5 \end{matrix}$$

$D_3 = [13500 – 960 + 1600] – [-3600 + 3600 + 1600]$

$D_3 = 14140 – 1600 = 12540$

Bulunan determinant değerlerine göre çevre akımlarını hesaplayalım;

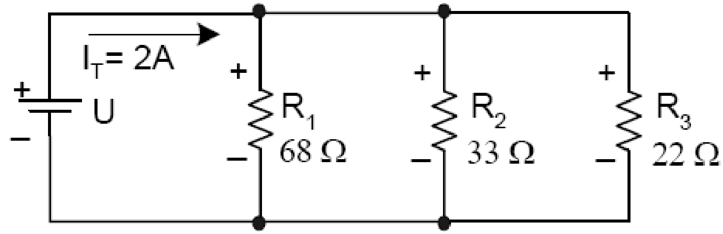
$$I_1 = \frac{D_1}{D_0} = \frac{10780}{531{,}5} = 20{,}28A$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D_0} = \frac{4220}{531{,}5} = 7{,}93A$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D_0} = \frac{12540}{531{,}5} = 23{,}6A$$ olarak bulunur.

Örnek3.12:

Şekil3.21deki devrede kaynaktan çekilen güç ve dirençler üzerindeki güçleri bulunuz.



Şekil3.21

$$R_{EŞ} = R_T = \frac{1}{(\frac{1}{68\Omega}) + (\frac{1}{33\Omega}) + (\frac{1}{22\Omega})} = 11{,}1\Omega$$

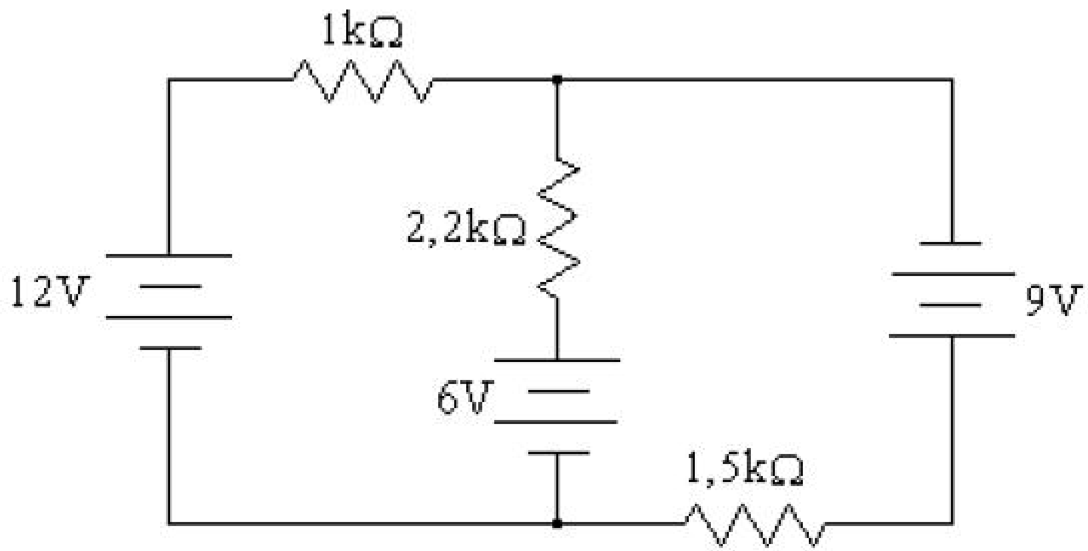
$$P_T = I_T^2.R_T = (2A)^2.(11{,}1\Omega) = 44{,}4\text{Watt}$$

$$U = I_T.R_{EŞ} = 2A.11{,}1\Omega = 22{,}2V$$

$$P_1 = \frac{(22{,}2)^2}{68\Omega} = 7{,}25W \qquad P_2 = \frac{(22{,}2)^2}{33\Omega} = 14{,}9W \qquad P_3 = \frac{(22{,}2)^2}{22\Omega} = 22{,}4W$$

Örnek6.2:

Şekil6.3 deki verilen devrede eleman uçlarındaki gerilim düşümünü çevre akımlar yönteminden yararlanarak bulunuz.



Şekil6.3

İki gözlü, iki göz akımı olacaktır. Bu akımlara göre gözlerin gerilim denklemi;

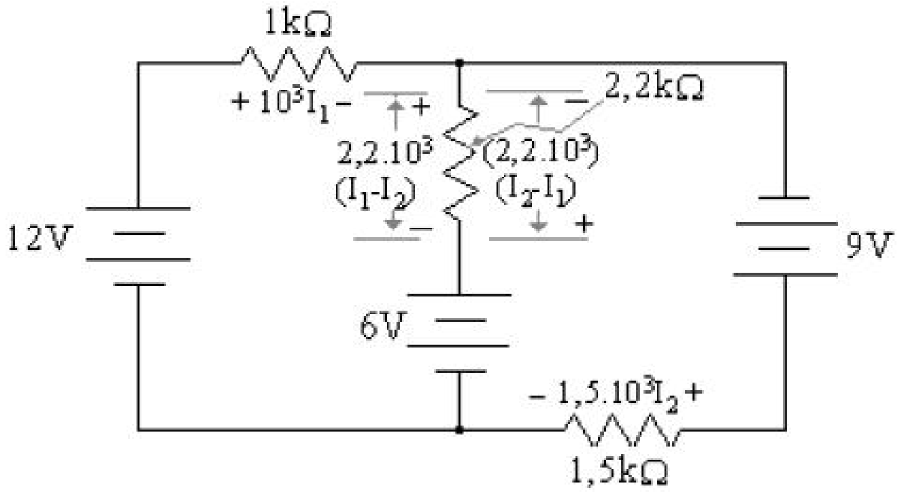
1.göz $\quad 10^3 I_1 + 2{,}2.10^3 (I_1 - I_2) + 6 \quad = 12$

2.göz $\quad 1{,}5.10^3 I_2 + 2{,}2.10^3 (I_2 - I_1) \quad = 6 + 9$

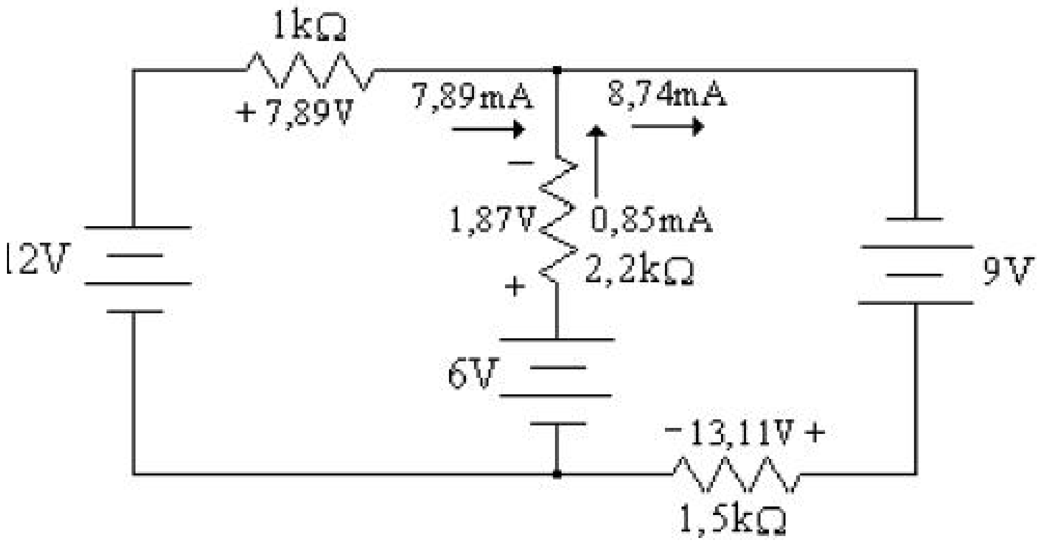
denklem düzenlenirse;

$$3{,}2.10^3 I_1 - 2{,}2.10^3 I_2 = 6$$

$$-2{,}2.10^3 I_1 + 3{,}7.10^3 I_2 = 15$$



(a)



(b)

Şekil üzerinde değerlerini ve kutupları gösterdiğimiz değerleri denklemi çözerek bulabiliriz.

$$\Delta = \det\begin{vmatrix} 3{,}2.10^3 & -2{,}2.10^3 \\ -2{,}2.10^3 & 3{,}7.10^3 \end{vmatrix} = (11{,}84 - 4{,}84).10^6 = 7.10^6$$

$$I_1 = \frac{\det\begin{vmatrix} 6 & -2{,}2.10^3 \\ 15 & 3{,}7.10^3 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{(22{,}2 + 33).10^3}{7.10^6} = 7{,}89\text{mA}$$

$$I_2 = \frac{\det\begin{vmatrix} 3{,}2.10^3 & 6 \\ -2{,}2.10^3 & 15 \end{vmatrix}}{7.10^6} = \frac{(48 + 13{,}2).^3}{7.10^6} = 8{,}74\text{mA}$$

göz akımları bulunur.bu göz akımlarından faydalanılarak $I_{2,2k\Omega}$ değerini bulursak;

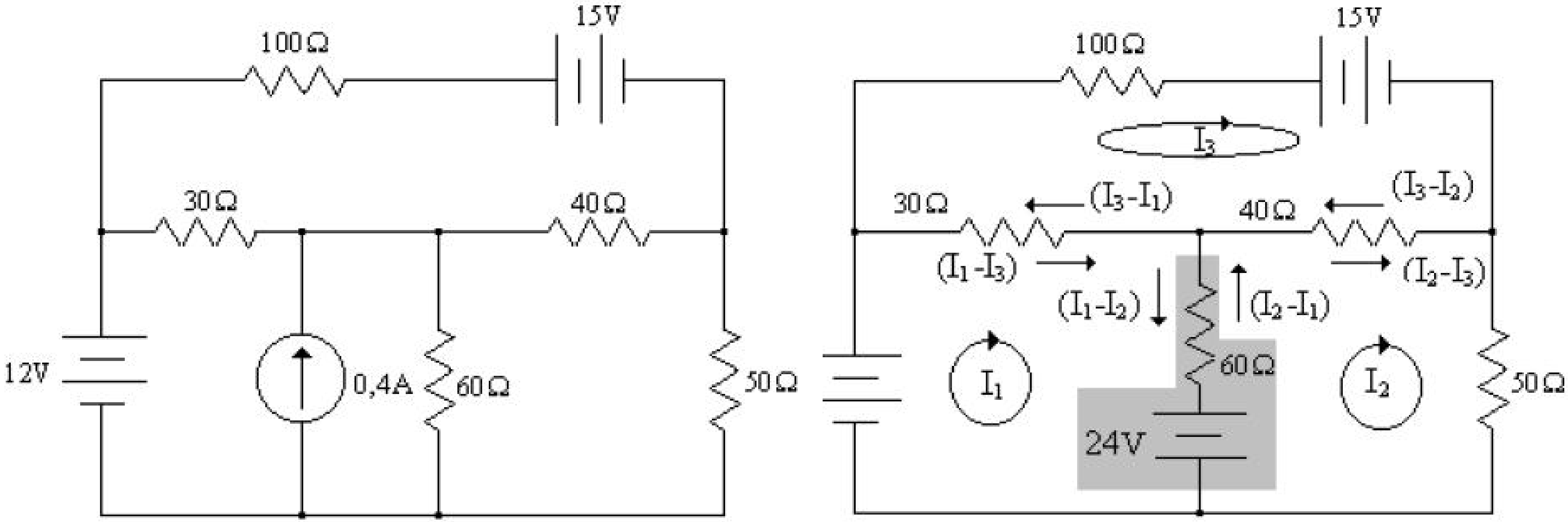
$$I_{2,2k\Omega} = I_1 - I_2 = 7{,}89\text{mA} - 8{,}74\text{mA} = -0{,}85\text{mA}$$
$$U_{2,2k\Omega} = (0{,}85\text{mA}).(2{,}2k\Omega) = 13{,}11\text{V}$$

1kΩ üzerinden 1.göz 1,5kΩ üzerinden 2.göz akımı aktığından bu direnç uçlarındaki gerilim değerleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$U_{1k\Omega} = I_1.1k\Omega = (7{,}89mA).(1k\Omega) = 7{,}89V$$
$$U_{1,5k\Omega} = I_2.1{,}5k\Omega = (8{,}74mA).(1{,}5k\Omega) = 13{,}11V$$

Örnek6.3:

Şekil6.5(a)deki devrenin her göz için gerilimler denklemini oluşturarak matrisle çözülecek duruma getiriniz.



Akım kaynağı gerilim kaynağına dönüşüm yapılarak ohm kanunundan değeri bulunur.

$$U = (0{,}4A).(60\Omega) = 24V$$

Her gözün çevre denklemini kirşofun gerililer kanunundan oluşturulur.

1.göz $(I_1 - I_3)30 + (I_1 - I_2)60 + 24 = 12$

2.göz $(I_2 - I_1)60 + (I_2 - I_3)40 + 50I_2 = 24$

3.göz $100I_3 + (I_3 - I_2)40 + (I_3 - I_2)30 + 15 = 0$

bu denklem düzenlenirse;

$$
\begin{aligned}
90I_1 - 60I_2 - 30I_3 &= -12 \\
-60I_1 + 150I_2 - 40I_3 &= 24 \\
-30I_1 - 40I_2 + 170I_3 &= -15
\end{aligned}
$$

denklemi 3x1 matrisle değerlerini yazarak bulabiliriz veya yok etme metoduyla da çözülebilir. 3x1 matrisin değerleri denklemden yazalım;

$$
\begin{bmatrix} 90 & -60 & -30 \\ -60 & 150 & -40 \\ -30 & -40 & 170 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} -12 \\ 24 \\ -15 \end{bmatrix}
$$

bu matris çözülürse göz akımları bulunur. Bu bulunan akımlarda yaralanarak kol akımlarının değeri de bulunmuş olur.